

CSÁPOSKÚT PERMANENS ÁRAMLÁSTANI FOLYAMATAINAK MODELLEZÉSE

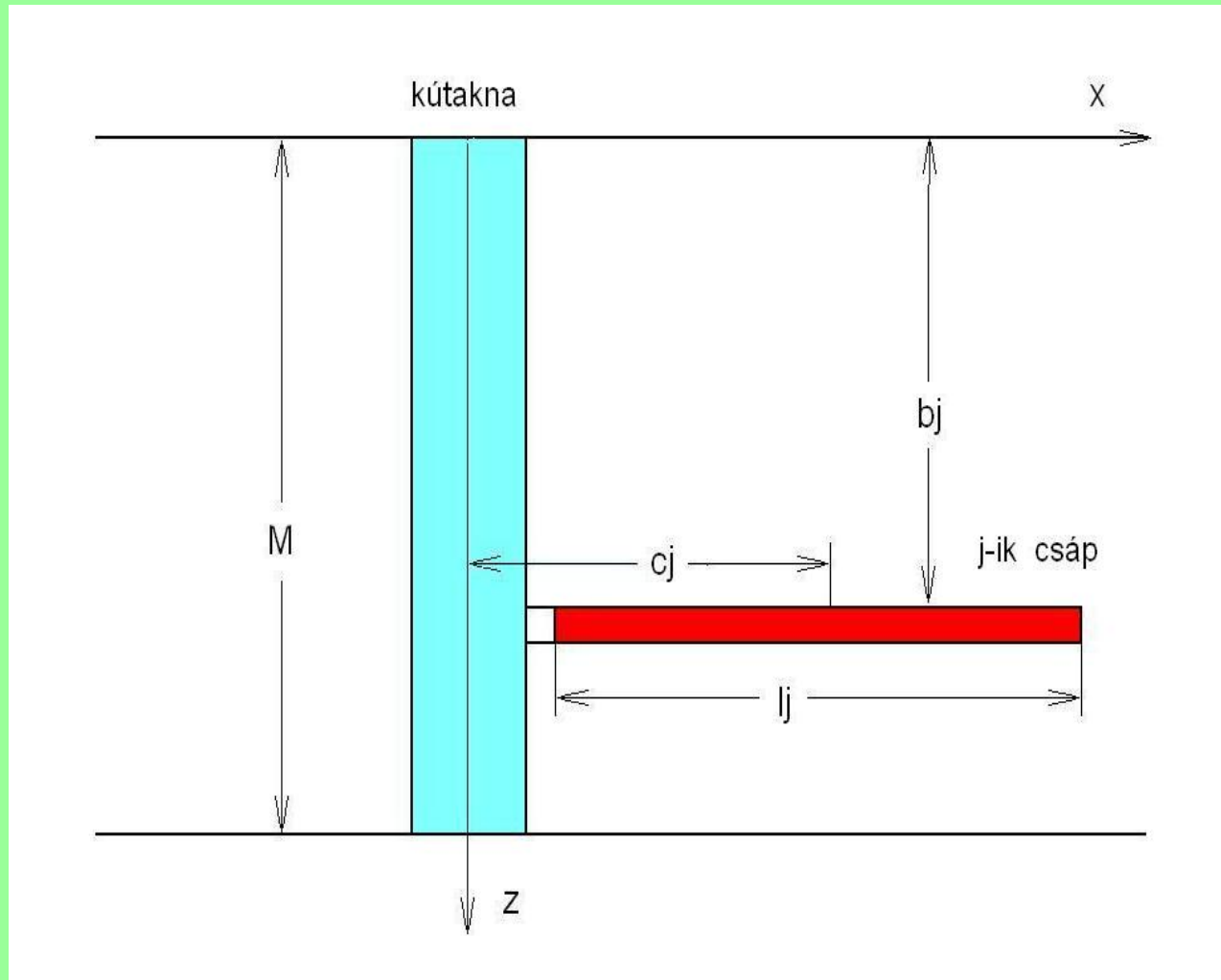
FAVA XVII. KONFERENCIA

SZÉKELY FERENC DSc.

HYGECON Kutató és Szolgáltató Kft. Budapest
fszekely@vnet.hu

SIÓFOK 2010 MÁRCIUS 24 - 25

Csáposkút sematikus függőleges metszete (Székely 1978)



1) A 3D-s fél-analitikus csáposkút modell permanens szivárgási folyamatainak jellemzői természetes vízáramlás által nem befolyásolt rétegben

Jelölés	Mérték- egység	Megnevezés
M	m	állandó rétegvastagság
k	m/s	a homogén réteg szivárgási tényezője
R vagy x_o	m	hidraulikai hatósugár kör alakú utánpótlás esetén vagy a kútakna és a hidraulikailag egyenértékű partél közötti távolság
x, y, z	m	térkoordináták
r	m	a kútakna tengelyétől mért távolság
$s(\Gamma) = 0$	m	zérus depresszió (peremfeltétel) a homogén vízáradó réteg kör alakú vagy egyenes vonalú Γ határán

2) A csáposkút paramétere

Jelölés	Mértékegység	Megnevezés
n	db	a csápok száma
l_j	m	a j -ik csáp hossza
c_j	m	az origóba telepített kútakna tengelyének távolsága a j -ik csáp szűrőzött szakaszának középpontjától
b_j	m	a j -ik csáp mélysége
φ_j	rad	a j -ik csáp x tengellyel bezárt szöge
r^s	m	a csápok azonos külső sugara
α	s/m	a szűrők lamináris fajlagos hidraulikai ellenállása
β	s ² /m ³	a szűrők turbulens fajlagos hidraulikai ellenállása
γ	s ² /m ⁵	a szűrőcsövek turbulens fajlagos axiális csősúrlódási tényezője

3) A 3D-s fél-analitikus csáposkút modell főbb jellemzői

- A vízadó réteg oldaláról nézve a matematikai modell a **vonalmonti nyelő** 3D-s analitikus szivárgáshidraulikai hatásfüggvényére (Székely 1978, 1. melléklet) épül. A fél-analitikus modell jellemzője, hogy a csősúrlódási veszteségek alacsony értéke mellett vagy azok elhanyagolásával a kútaknában és a csápokban azonos vízszint alakul ki.
- A paraméterek nagy száma, a csápok hossz menti szakaszolása, valamint a turbulens áramlási folyamatok (Székely 1992, 2. melléklet) következtében számítógépes modellezésre van szükség. A **több száz ismeretlenes nemlineáris algebrai egyenletrendszer** paraméterezésére és megoldására szolgál a **COLWELL** szoftver.
- **Körvonal menti táplálás** (3. melléklet), valamint középponti szimmetriát mutató és azonos hosszúságú csápok esetében a csápok vízhozam- és nyomáseloszlása azonos lesz.
- **Egyenes vonal menti utánpótlás** esetében (4. melléklet), vagyis közelítően partiszűrősű környezetben a folyóoldali csápok nagyobb vízhozamot szállítanak.

4) A COLWELL szoftver validálása

A 3D-s fél-analitikus matematikai modell és a COLWELL szoftver validálása Citrini (1951) 2D-s analitikus megoldása alapján, körvonal menti utánpótlás feltételezésével történt.

A hazai szakirodalomban ez utóbbi módszert Szilágyi (1955) ismertette. Ebből a cikkből származnak a csáposkúttal egyenértékű (azonos fajlagos hozamú) függőleges kút r^e sugarának analitikus értékei.

A 2D-s és 3D-s modellekben a rétegvastagság 1 m, a csápok hossza 10 m. A 3D-s modellekben a szűrősugár 0.173 m, ezt a kétcsápos modell $r^e = 5$ m sugarához történő illesztéssel kalibráltam.

csápok

száma

1

2

4

8

16

32

r^e m (2D analitikus) 2.50 5.00 7.07 8.41 9.17 9.58

r^e m (3D COLWELL) 2.50 5.00 7.06 8.38 9.13 9.52

5) A csáposkút hatékonyságának elemzése körvonal menti utánpótlódás mellett

Ez a modellváltozat az előtervezési fázisban alkalmazható a csáposkút hatékonyságának elemzésére.

Összehasonlító vizsgálatokkal a kútparaméterek függvényében vizsgálhatjuk a csáposkúttal hidraulikailag egyenértékű függőleges tengelyű kút r^e sugarának alakulását.

Ezt egy egyszerűsített mintapéldával dokumentálom. A következő táblázat az alapmodell **13 paraméterét**, a második pedig a **17 változat** elemzésének eredményét összesíti.

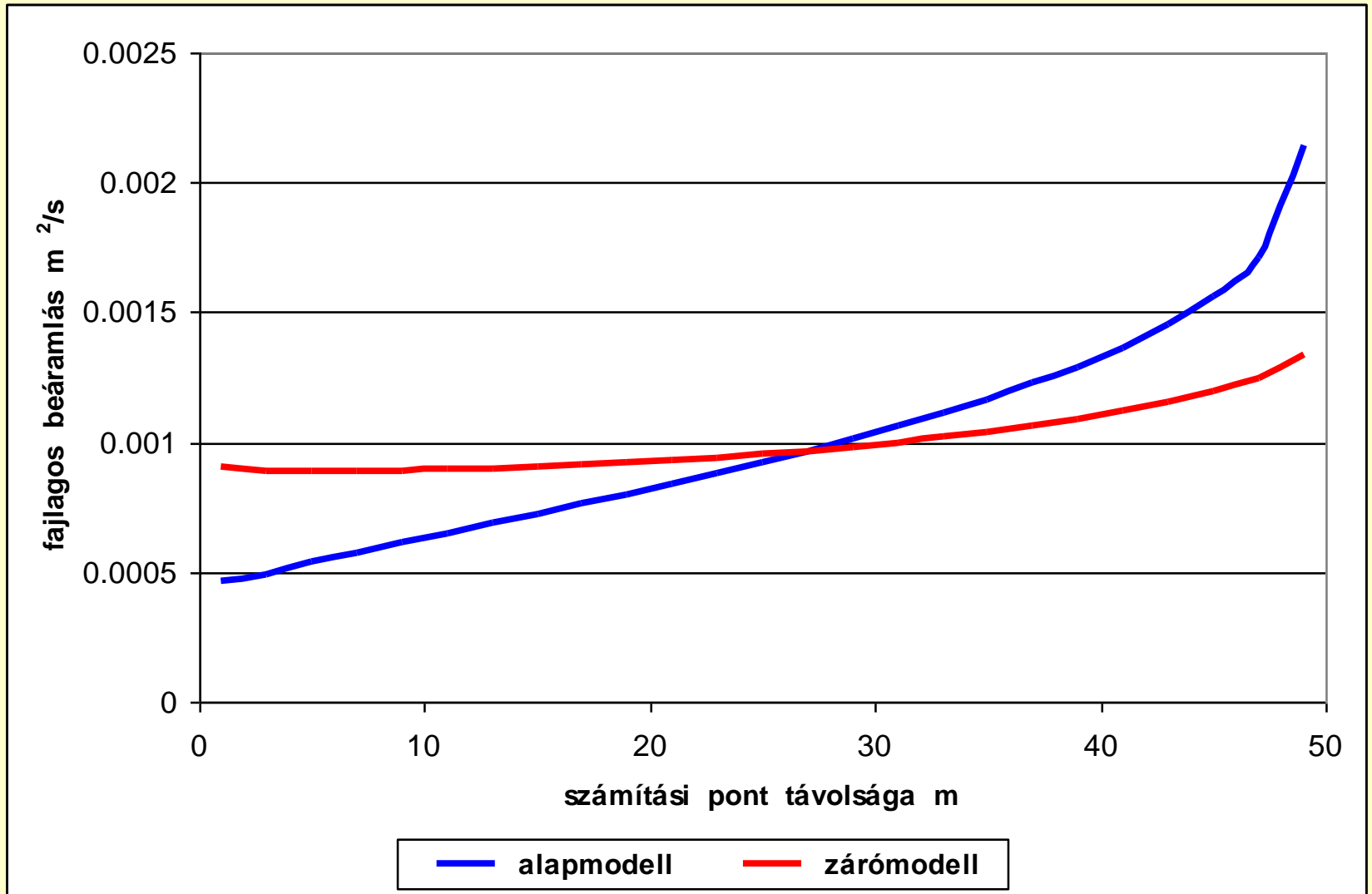
A fél-analitikus alapmodell paramétere

Jelölés	Érték, mértékegység	Megnevezés
M	20 m	állandó rétegvastagság
k	$5 \cdot 10^{-4}$ m/s	a homogén réteg szivárgási tényezője
R	500 m	hidraulikai hatósugár
Q	-0.1 m ³ /s	a csáposkút hozama
n	4 db	a csápok száma
l_j	50 m	a csápok azonos hossza
c_j	26 m	az 1 m sugarú kútna tengelyének távolsága a végig szűrőzött j -ik csáp középpontjától
b_j	10 m	a csápok azonos mélysége
φ_j	0, $\pi/2$, π , $3\pi/2$ rad	a j -ik csáp x tengellyel bezárt szöge
r^s	0.1 m	a csápok azonos külső sugara
α	0 s/m	a szűrők lamináris fajlagos hidraulikai ellenállása
β	0 s ² /m ³	a szűrők turbulens fajlagos hidraulikai ellenállása
γ	0 s ² /m ⁵	a szűrőcsövek turbulens fajlagos axiális csősúrlódási tényezője

Az összehasonlító hidraulikai elemzés eredményei

Változatok	Egyenértékű kútsugár r^e m
alapmodell	22.328
25 m-es csápok	7.959
100 m-es csápok	54.033
2 csáp	11.896
8 csáp	30.631
0.05 m sugarú szűrőcső	20.634
0.2 m sugarú szűrőcső	24.221
15 m mély csápok	21.563
18 m mély csápok	19.790
5 és 15 m mély kétszintű csápok	21.718
lamináris szkin = 700 s/m	17.067
turbulens szkin = $1.4 \cdot 10^6$ s ² /m ³	17.032
csősúrlódás = 50 s ² /m ⁵	17.259
lamináris + turbulens szkin	13.592
lamináris szkin + csősúrlódás	13.512
turbulens szkin + csősúrlódás	13.249
lamináris + turbulens szkin + csősúrlódás	10.552

A beáramló fajlagos vízhozam változása a csáp hossza mentén



6) A 3D-s fél-analitikus és numerikus csáposkút modellek összehangolt alkalmazása partiszűrésű környezetben

- A gyakorlati kúttervezés és hatásvizsgálat általában **numerikus modellek** alkalmazását igényli. Ezt indokolja, többek között, a hidrogeológiai és hidrológiai paraméterek térbeni változékonysága, a mederalatti beszivárgás, a kútinterferencia és a természetes talajvízáramlás hatása, valamint a folyamatok tranziens jellege.
- A numerikus modellekben a kutak, ezen belül a csáposkutak vízszint és hozamváltozásainak leképzése csak **térben és időben diszkrét** módon, közelítő jelleggel lehetséges.
- A szűrőcsövek beáramlási felülete általában **lényegesen kisebb**, mint a megcsapolt modellblokkok függőleges vagy vízszintes keresztmetszeti területe. Ezenkívül a csápokra merőleges síkban a kútszűrőkhöz hasonló **radiális áramlás** alakul ki.

- A beáramlási felület túlbecslése, valamint az áramvonal konvergencia elhanyagolása a numerikus modellekben lerövidíti az áramvonalak hosszát, továbbá ezáltal **csökkenti a csápok és a kútakna számított depresszióját**, valamint torzítja a hozameloszlást.
- A fél-analitikus és numerikus szoftverek párhuzamos alkalmazásával ez a modellhiba jelentősen csökkenthető, vagyis a **numerikus csáposkút modell “bearányosítható”**.
- A következő példa a **3D-s depresszió eloszlás és a csápok hozamarányának** numerikus modellezését mutatja be. A numerikus **FSH** szoftver eredményeit a 3D-s **COLWELL** szoftver eredményeivel történő összehangolással javítottam.

A szimulációk az előző példa alapváltozatának a paramétereivel történtek.

A tápterületi határt ebben az esetben a folyóparttól (a hatékony beszivárgási kontúrtól) mért $x_0 = 100 \text{ m}$ távolság jellemzi.

A numerikus modellezéshez a multihálózatos technikát (Székely 1998, 2008), valamint az alábbi modell méreteket használtam:

modell	terület	rétegek száma	horizontális felbontás
célmodell	$200 \cdot 200 \text{ m}^2$	9	$2 \cdot 2 \text{ m}^2$
átmeneti modell	$2 \cdot 2 \text{ km}^2$	3	$10 \cdot 10 \text{ m}^2$
mestermodell	$10 \cdot 10 \text{ km}^2$	1	$100 \cdot 100 \text{ m}^2$

A víztermelés a kútakna helyén található, azonos depressziójú csomópontokból történik.

Az elhanyagolható csősúrlódási nyomásveszteség biztosítása céljából a csápokat nagy vezetőképességű vonalas elemek helyettesítik.

Az előzőekben ismertetett áramvonal hibákat a 3D-s fél-analitikus modell depressziójához történő igazítással csökkentettem. A numerikus modellben a csápok és a kútakna depresszióinak a növelésére van szükség.

Ezt a hidraulikai hatást a csápokat tartalmazó blokkok szivárgási tényezőjének **0.4425** arányú csökkentésével lehetett elérni, a hatékonyságot az alábbi adatok igazolják.

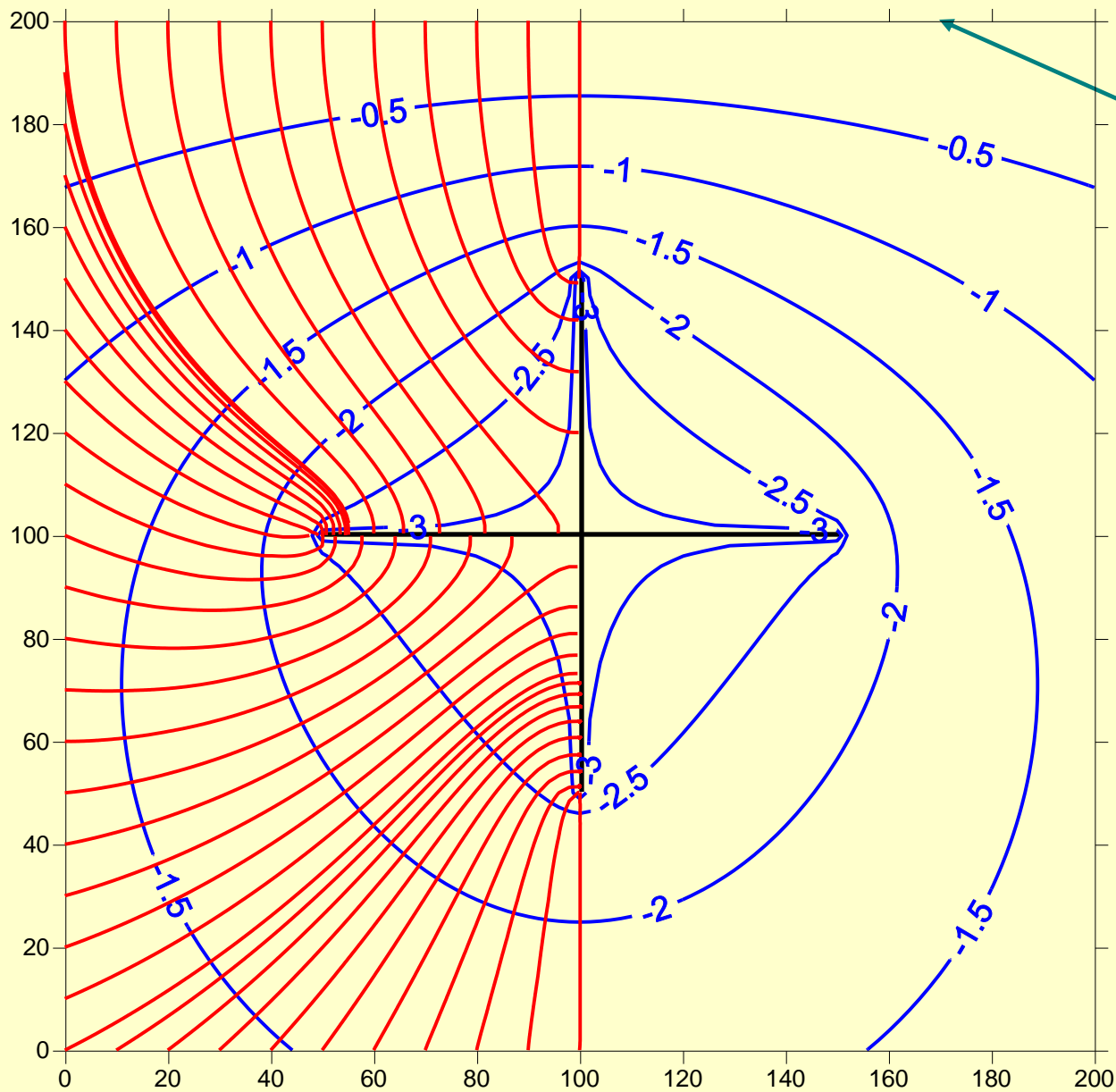
szoftver modell	FSH		COLWELL
	alapváltozat	javított	3D
kútdepresszió m	3.161	3.453	3.453
hozamarányok Q_f / Q_h	1.560	1.430	1.428

ahol Q_f , Q_h a folyó és a háttér irányába mutató csápok hozamát jelöli.

Az összesítés utolsó sora bizonyítja, hogy a kútdepressziók kiegyenlítése a két modellben a csáphozamok arányának a különbségét is **0.5 %** alá csökkentette.

- A modellterületet lefedő és a csápokon kívül felvett **37 ellenőrző pontban** a numerikus és a fél-analitikus megoldások átlagos abszolút eltérése **mindössze 2.8 mm**.
- Az alacsony approximációs hiba azt igazolja, hogy a nagyfelbontású numerikus szimuláció alkalmas eszköz a csáposkutakban végzett **megfigyelő kutas próbaszivattyúzások** adatainak kiértékelésére.
- Az optimalizált vagy “bearányosított” numerikus modell alapján számítható volt a távolabbi területeken, valamint a kútkörnyezetben várható **permanens depresszió és áramvonal eloszlás**. Az utóbbi szükség esetén a csápok vízgyűjtő idomának lehatárolását segíti.
- A következő ábra ezt a két jellemzőt mutatja a célmodell területén a csápok **10 méteres** mélységében, vagyis az áramlási tér **szimmetria síkjában**.

Depresszió és áramvonal eloszlás a csápok mélységében a célmodell területén



s = 0 tájterület
(folyópart)

ÖSSZEFOGLALÁS

- 1)** Fél-analitikus matematikai modell és szoftver készült a csáposkutak környezetében várható 3D-s nyomáseloszlás, valamint a csáphozamok számítására.
- 2)** Az analitikus szivárgáshidraulikai modellre épülő szimuláció homogén, nyomásalatti réteg és permanens áramlás feltételezésével történik.
- 3)** Köralakú tápterület esetén megalapozottan vizsgálható a különböző kúthidraulikai paraméterek és a csáposkút hatékonysága közötti kapcsolat.
- 4)** A vonalmenti utánpótlást leképező fél-analitikus modell-változat összehangolt, párhuzamos alkalmazásával jelentősen csökkenthető a partiszűrészű csáposkutak numerikus modellezésekor fellépő approximációs hiba.

KÖSZÖNÖM A FIGYELMÜKET !

HIVATKOZÁSOK

CITRINI, D. (1951): Drenaggi a raiggiera e sistemi di pozzi in una falda artesianana, L'Elletrica Energia, 1951/1.

SZILÁGYI, GY. (1955): A csáposkút vízhozama. Beszámoló a VITUKI 1954. évi tevékenységéről. pp. 55–64.

SZÉKELY, F. (1978): Kutak szivárgáshidraulikai méretezésének néhány kérdése. VITUKI Közlemények 9, 71 p.

HIVATKOZÁSOK

SZÉKELY, F. (1992): Több rétegre szűrőzött kutak szivárgási, szűrő- és csőhidraulikai folyamatainak modellezése. Hidrológiai Közlöny 1. sz. pp. 27–34.

SZÉKELY, F. (1998): Windowed spatial zooming in finite difference ground water flow models. Ground Water 36, No.5: pp. 718–721.

SZÉKELY, F. (2008): Three-dimensional mesh resolution control in finite difference groundwater flow models through boxed spatial zooming. Journal of Hydrology, 351, Issues 3–4, pp. 261–267.

1. melléklet. Csáposkút 3D-s permanens depressziója folytonos vonalmenti nyelő alkalmazásával egyenletes szűrőmenti beáramlás és körvonal menti utánpótlódás mellett (Székely 1978)

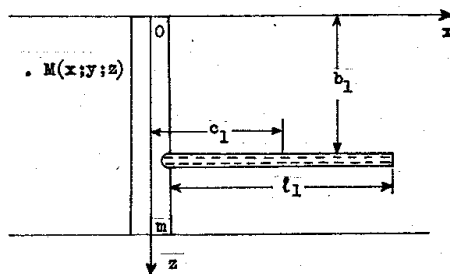
$$s(x,z,y) = (Q/2/\pi/k/M) [\ln(R/r) + 2G_6(x,y,z)] \quad (1)$$

2.3. CSÁPOSKUT DEPRESSZIÓS TERÉNEK SZÁMÍTÁSA

A csáposkutak telepítésének és üzemeltetésének hazánkban komoly hagyományai vannak. Elsősorban a Fővárosi Vízművek partiszűrős viznyerő helyein létesítettek és létesítenek jelenleg is csáposkutakat. A korszerű építési és karbantartási technológia kidolgozásával kis vastagságú kavicssteraszaink esetében ez a kut-típus igen hatékonynak bizonyult.

A nyomásalatti rétegbe telepített csáposkut nempermanens térbeli depresszióját Hantush M.S. és Papadopoulos I.S. /1962/ korábban már hivatkozott dolgozatukban vizsgálták analitikusan. A számítástechnikailag kedvezőtlen megoldások helyett a 2.2. ponthoz hasonlóan új, egyszerűbb képleteket javasolunk.

A 4. ábrán bemutatjuk a csáposkut sematikus függőleges metszetét. Az $y = 0$ síkban fekvő $j=1$ sorszámú $/j=1, 2, \dots, p/$



4. ábra Csáposkut sematikus függőleges metszete

csápon keresztül szerkesztett metszeten l_1 - a csáp hossza, b_1 - a csáp mélysége, c_1 - a csáp középpontjának távolsága a vízzáró falu központi akna tengelyétől. Jelöljük Q_j -vel a j -ik csáp hozamát és φ_j -vel a j -ik és az első csáp közötti forgásszöveget $/\varphi_1 = 0/$.

A csáposkut járulékos szivárgáshidraulikai ellenállását jellemző F_6 függvény meghatározásánál a fejezet elején felsoroltakon kívül az alábbi feltételezéseket tesszük:

a/ A sugaras elrendezésű csáprendszer tengelyében elhelyezkedő, vízzáró falu, nagy átmérőjű $/1-2 [m]/$ akna depressziót növelő hatását nem vesszük figyelembe, vagyis akna belső terét is a szivárgási tér részének tekintjük. Ennek a térrésznek a mérete a csápok által lefedett területhez képest elhanyagolhatóan kicsi.

b/ Mivel a csápok helyzete az x és y tengelyekhez képest tetszőleges lehet, csak a függőleges irányú anizotrópiát vesszük figyelembe, azaz $\lambda_y = 1$.

A fenti kiegészítő feltételezések figyelembevételével a csáposkut F_6 járulékos szivárgáshidraulikai ellenállása az alábbi képlettel adható meg:

$$F_6(u; m^2 \lambda_z / 4a_x t; Q_j / Q; x/m \lambda_z^{1/2}; l_j / 2m \lambda_z^{1/2}; c_j / m \lambda_z^{1/2}; y/m \lambda_z^{1/2}; z/m; b_j / m; r/m \lambda_z^{1/2}; \varphi_j) = \sum_{j=1}^p (Q_j / Q) F_5 [u; m^2 \lambda_z / 4a_x t; (x_j - c_j) / m \lambda_z^{1/2}; l_j / 2m \lambda_z^{1/2}; y_j / m \lambda_z^{1/2}; z/m; b_j / m; r/m \lambda_z^{1/2}] \quad /2.52./$$

ahol

$$x_j = x \cos \varphi_j + y \sin \varphi_j \quad y_j = -x \sin \varphi_j + y \cos \varphi_j \quad /2.53./$$

$$Q = \sum_{j=1}^p Q_j \quad - \text{ a csáposkut teljes hozama.}$$

A gyakorlati szempontból igen fontos permanens állapotban a G_6 függvény most is a kvázipermanens állapotra felírt F_6 függvény alapján számítható:

$$F_6(0; 0; Q_j / Q; \dots) = 2G_6(Q_j / Q; \dots) \quad /2.54./$$

A vízzáró burkolatú kútakna a feltételezetten folytonos szivárgási tartomány része. Víztermelés hiányában ebben az átáramló vízhozam eredője zérus, ezért gyakorlatilag áramlási holtter alakul ki. Ez hidraulikailag közelíti a hengerpaláston létesített vízzáró határfelületet.

Az egyenletes beáramlást feltételező (1) analitikus modell csak a csápoktól bizonyos távolságban ad kielégítő pontosságú depresszió eloszlást. Itt ugyanis lecsökken a csápok menti hozamváltozás hatása.

További kedvezőtlen adottság, hogy a kútaknában fellépő depresszió és ezáltal a kúthatékonyság számítása bizonytalan.

2. melléklet. Függőleges kút depressziójának számítása a tranziens 3D-s szivárgáshidraulikai modell, valamint a **szűrőellenállás** és a **csősúrlódási veszteségek** szimulációjának összekapcsolásával (Székely 1992)

Az egy függőleges kútra kidolgozott fenti modell az összes szűrőszakasz hozamát azonos szivattyúzási vízszint mellett, tehát a szivárgási, szűrő- és csősúrlódási nyomásveszteségek azonos összege alapján számítja.

— radiális irányú, lamináris és/vagy turbulens nyomásveszteség az l -ik szkin zónában:

$$\Delta s_l(t) = \{a_l + b_l \text{sign}[Q_l(t)][Q_l(t)/L_l]\} Q_l(t)/L_l \quad (2)$$

— turbulens axiális csősúrlódási veszteség a kútcsőben az l -ik szűrő alja, valamint az $s_w(t)$ kútdepresszió mérési pontja között. A számítás során feltételezzük, hogy a szűrők hossza mentén a sugárirányú fajlagos beáramlás állandó, vagyis a vízhozam a szűrőcső tengelye irányában lineárisan változik:

$$s_w'(l,t) = \sum_{k=1}^l \left\{ \text{sign} \left[\sum_{j=ns}^k Q_j(t) \right] \left\{ c_k^u \left[\sum_{j=ns}^k Q_j(t) \right]^2 + c_k^s \left(\left[\sum_{j=ns}^{k+1} Q_j(t) \right]^2 + Q_k(t) \left[\sum_{j=ns}^{k+1} Q_j(t) \right] + Q_k^2(t)/3 \right) \right\} \right\} \quad (3)$$

3. melléklet. Csáposkutak hozameloszlása körvonal menti utánpótlódás mellett

A szűrőcsöveket szakaszokra vagy szegmensekre osztva kiszámítható a csápok lépcsőzetesen változó vízhozam- és nyomáseloszlása. A rétegben és a szűrők külső palástján kialakuló 3D-s depresszió eloszlást az összes szűrőszakasz (vonalmenti nyelők) szivárgáshidraulikai interferenciája alapján lehet meghatározni. A rész depressziók az egyes vonalmenti nyelő szakaszokra redukált (1) képlettel számíthatók.

Mivel a csápok a gyűjtőaknát azonos vízszint mellett táplálják, a (2) - (3) képleteket befoglaló egy kutas modellt az összes csápra egyidejűleg kell alkalmazni. Ezzel kiszámítható az összes szűrőszegmens hozama.

Az (1) képletben szereplő $G_6(x,y,z)$ függvény az $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ távolság növekedésével zérushoz tart és a 3D-s (1) egyenlet a közismert 2D-s Dupuit-Thiem képlettel

$$s(x,z,y) = (Q/2/\pi/k/M) \ln (R/r) \text{ ha } r > R_{rad} \quad (4)$$

helyettesíthető. Megfelelően nagy távolság esetén a csáposkutak illetve a csápszakaszok közötti interferencia tehát a függőleges kutakra érvényes összefüggések alapján, radiális áramlási modell szerint számítható.

4. melléklet. Partiszűrésű csáposkutak hozameloszlása egyenes vonal menti utánpótlódás mellett

A kútinterferencia 2D-s közelítésével lehetőség nyílik a lokálisan 3D-s módszer alkalmazására. A tükrözési elvre épülő Forcheimer összefüggést alkalmazva az (1) és (4) képletekben szereplő R hatósugár a tükrözött kúttól mért távolság figyelembevételével számítandó:

$$R = [(x + 2x_0)^2 + y^2]^{1/2} \quad (5)$$

A tükrözési tengely helyzetét a mederalatti szivárgási folyamatok hatására általában a valóságos partéltől távolabb kell felvenni. Hazai tapasztalatok is megerősítik, hogy ezt terepi mérésekre alapozva, kísérleti úton célszerű meghatározni.